### *Тема 1.8. Типовые задачи по преобразованию логических функций*

**[1.8.1. Упрощение логических функций](#_1.8.1.__Упрощение)**

**[1.8.2. Определение тождественности логических функций](#_1.8.2._Определение_тождественности)**

**[1.8.3. Построение таблиц истинности](#_1.8.3._Построение_таблиц)**

**[1.8.4. Контрольные вопросы по теме «Типовые задачи по преобразованию функций»](#_1.8.4._Контрольные_вопросы)**

**[1.8.5. Тестовые задания по теме «Типовые задачи по преобразованию функций»](#_1.8.4._Контрольные_вопросы)**

 Существует несколько типов задач по преобразованию логических функций или их сочетания:

1. Упрощение логических функций.
2. Определение тождественности логических функций.
3. Построение таблиц истинности.

### 1.8.1. Упрощение логических функций

**Пример 1.8.1-1.** Логические функции F1и F**2** заданы таблично (на наборах):

F1=0 на наборах: 0, 4, 6,

F2=1 на наборах: 0, 3, 6, 7.

Необходимо получить их минимальную форму записи.

***Решение***

Представим функцию F1 в **СКНФ**, а функцию F2 в **СДНФ** и проведем необходимые преобразования.



Исходя из основных соотношений алгебры логики, запишем дизъюнкцию во 2-й скобке два раза и представим функцию F1в виде:



Применим правило склеивания для 1-ой и 2-ой и для 3-ей и 4-ой скобок:

****

Воспользовавшись второй формой дистрибутивного закона, получим окончательный вид функции F1**:**

****

Проведем аналогичные преобразования над функцией F2**.**



Минимальные формы записи функций:

;



***Примечание***

Упрощение логических функций, заданных аналитически, было рассмотрено в предыдущей теме 1.7.

Как было сказано ранее, логическая функция, выраженная через элементарные функции, может быть реализована схемой из логических элементов, в которой входы некоторых элементов связаны с выходами других элементов. Кроме того, исходя из того, что произвольная логическая функция может быть выражена через элементарные логические функции И. ИЛИ, НЕ, можно сделать вывод, что произвольная логическая функция от **n** аргументов может быть реализована схемой, содержащей элементарные элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», входы и выходы которых определенным образом связанны друг с другом.

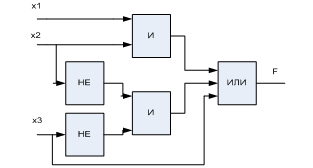
Преобразование логических выражений с помощью вышеприведенных правил, отражает преобразование логических схем в эквивалентные им схемы с более простой структурой.

Например, логическая функция  эквивалентна логической функции  (по правилу свертки), а это означает, что логическая схема на рис.1.8.1-1 эквивалентна логической схеме на рис. 1.8.1-2. На рисунках видно, что вторая схема значительно проще.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Рис 1.8.1-1. Рис 1.8.1-2.

**Пример 1.8.1-2.**Упростить приведенную логическую схему, используя тождественные преобразования.



***Решение***

Запишем с помощью элементарных логических функций логическую функцию **F**, реализующую заданную схему:



Преобразуем полученную функцию **F**, используя известные законы и правила:

1) ;

2) 

Для полученного выражения составим схему:



### 1.8.2. Определение тождественности логических функций

**Пример 1.8.2-1.**Получить путем тождественных преобразований минимальную форму записи логической функции **F1** и проверить, является ли она тождественной функции **F2**.

Заданы функции F1 и F2:



***Решение***

Упростим функцию F1. Так как функция F1 задана аналитически, то будем производить упрощение по шагам:

 1-й шаг



2-й шаг



3-й шаг

****

(по правилу склеивания для **КНФ**).

**** (полученный результат).

 (исходная функция).

***Вывод***

Функция F1 тождественно равна функции F2, так как совпадают их минимальные формы.

 F1≡F2.

**Пример 1.8.2-2.**Получить путем тождественных преобразований логической функции F1 ее минимальную форму записи и проверить, является ли она тождественной функции F2, определенной на данных наборах.

Заданы функции F1 и F2:



F2=1 на наборах 4, 5, 6.

***Решение***

1. Функция F2 определена таблично, запишем ее в СДНФ:



**2)** Упрощаем функцию F1

⎯⎯ \_\_ \_\_ \_\_ \_\_

X2X3+X1X3 = X2+X3+X1Х3 = Х2+Х3+Х1 – вторая скобка.

Тогда



***Вывод***

Логическая функция F1, заданная аналитически, тождественна функции F2, заданной таблично 

**Пример 1.8.2-3.** Получить путем тождественных преобразований логической функции **F1** ее минимальную форму записи и проверить, является ли она тождественной функции **F2**, определенной на данных наборах.

Заданы функции F1 и F2**:**

F1=0 на наборах: 0, 2, 3, 4, 6, 7



***Решение***

Так как F1=0 на 0, 2, 3, 4, 6, 7, то F1=1 на 1, 5(см. таблицу истинности F1):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X1 | X2 | X3 | F1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

Следовательно, нужно представить F1в **СДНФ**



Преобразуем F2**:**



Используя основные соотношения алгебры логики (А∧А=А), можно представить функцию F2в виде:



Применяя вторую форму распределительного закона ко 2-ой и 4-ой скобкам и к 3-ей и 5-ой скобкам, получим следующее:



Применив вторую форму распределительного закона к 1-ой и 3-ей скобке, получим:



***Вывод***

F1 ≡F2, т.е. функции тождественны.

***Примечание***

Логические функции тождественны, если совпадают их минимальные формы. Если минимальные формы не совпадают, то необходимо обе функции привести к любой совершенной форме (**СДНФ** или **СКНФ**), используя правила расширения, и сравнить совершенные формы. Если они совпадают, то функции тождественны.

### 1.8.3. Построение таблиц истинности

**Пример 1.8.3-1.**Получить таблицу истинности функции F2**,** заданной аналитически: 

***Решение***

Для построения таблиц истинности необходимо представить функцию в совершенной форме (**СДНФ** или **СКНФ**).

Приведем функцию F2 к совершенной дизъюнктивной форме:

1. Упростим вторую скобку



**2)**   

Применим правило расширения, чтобы получить **СДНФ**. Умножим X1X2 на  и получим:



Эта функция является **СДНФ** и принимает значение, равное 1**,** на наборах:

000 - 0 ⎞

111 - 7⎬ = 1, а на остальных наборах значение равное 0.

110 - 6⎠

 Тогда таблица истинности будет выглядеть следующим образом:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X1 | X2 | X3 | F2 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

### 1.8.4. Контрольные вопросы по теме

### «Типовые задачи по преобразованию логических функций»

1. Назовите типы задач по преобразованию логических функций
2. Что означает упростить логическую функцию?
3. Как определяется тождественность логических функций?
4. Как производится упрощение (минимизация) логических функций?
5. В какой форме должна быть представлена логическая функция для построения таблиц истинности?
6. Какое правило следует использовать для представления логической функции в совершенной форме?
7. Можно ли построить таблицу истинности логической функции, если известны наборы, на которых эта функция принимает одно значение?

### 1.8.5. Тестовые задания по теме «Типовые задачи по преобразованию логических функций»

1. **Таблица истинности логической функции F=A&**

1) 2) 3) 4)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | F |  | A | B | F |  | A | B | F |  | A | B | F |
| 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |  | 0 | 1 | 0 |  | 0 | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 0 |

1. **Таблица истинности логической функции F= &B**

1) 2) 3) 4)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | F |  | A | B | F |  | A | B | F |  | A | B | F |
| 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 0 |  | 0 | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |  | 1 | 1 | 0 |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 0 |

1. **Таблица истинности логической функции F= +B**

1) 2) 3) 4)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | F |  | A | B | F |  | A | B | F |  | A | B | F |
| 0 | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 0 |  | 0 | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 0 |

1. **Таблица истинности логической функции F= A+**

1) 2) 3) 4)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | F |  | A | B | F |  | A | B | F |  | A | B | F |
| 0 | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |  | 0 | 1 | 0 |  | 0 | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 0 |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 0 |

1. **Таблица истинности логической функции F=+**

1) 2) 3) 4)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | F |  | A | B | F |  | A | B | F |  | A | B | F |
| 0 | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 0 |  | 0 | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 0 |

1. **Таблица истинности логической функции F=&**

1) 2) 3) 4)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | F |  | A | B | F |  | A | B | F |  | A | B | F |
| 0 | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |  | 0 | 1 | 0 |  | 0 | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 0 |

1. **Для построения таблиц истинности логическая функция должна быть представлена**
   1. в совершенной дизъюнктивной нормальной форме или в совершенной конъюнктивной нормальной форме
   2. в дизъюнктивной нормальной форме или в конъюнктивной нормальной форме
   3. в нормальной форме

1. **Логические функции F1 и F2**



**являются:**

**1)** нетождественными

**2)** тождественным

1. **Логические функции F1 и F2**



**являются:**

* 1. нетождественными
  2. тождественными

1. **Логическая функция  описывается набором аргументов**
   1. **F=0** на наборах **1, 2, 3, 4**
   2. **F=1** на наборах **0, 5, 7**
   3. **F=1** на наборах**0, 6, 7**

1. **Какая из предложенных функций является Минимальной формой записи логической функцииF=0, заданной на наборах 0, 1, 2, 3, 4, 6**



1. **Логические функции F1 и F2** 

**являются**

* 1. нетождественными
  2. тождественными

1. **Логическая функция  равна** 
   1. **0**
   2. **1**
   3. **3**

1. **На каких наборах Логическая функция    примет значение 0 на наборах** 
   1. **0,1, 2, 3, 4,6**
   2. **1, 3, 4**
   3. **0, 5, 6, 7**
2. **Логические функции являются тождественными**



1. **Логические функции являются тождественными**



1. **Упростить приведенную ниже схему**

## 

**Правильным является вариант**







1. **Упростить приведенную ниже схему**

## 

**Правильным является вариант**







1. **Упростить приведенную ниже схему**

## 



**Правильным является вариант**

## 

## 

# 